Cuadernos de Economía. Vol. 19 1-30 1991.

Análisis de la integrabilidad de un sistema completo de demanda para la economía española

Dulce Contreras
Eugenio J. Miravete
Amparo Sancho
Departamento de Análisis Económico
Universidad de Valencia
Avda. Blasco Ibañez, 30
46010 Valencia

Análisis de la integrabilidad de un sistema completo de demanda para la economía española.

RESUMEN

En este trabajo utilizamos la metodología de Jorgenson y Lau para contrastar la teoría de la demanda del consumidor. La importancia de esta metodología está basada en el hecho de que permite ajustar funciones de demanda sin que se requiera la integrabilidad de las mismas, contrastándose esta condición a continuación. Contrastamos por tanto las condiciones que implica la integrabilidad en un sistema completo de demanda (sistema directo e indirecto), lo que implica contrastar la homogeneidad, aditividad, simetría, no-negatividad y monotonicidad del sistema de funciones de demanda. Utilizamos datos sobre el consumo interior de España en bienes duraderos, no duraderos y energía.

Integrability Analysis of a Complete Demand System for the Spanish Economy.

ABSTRACT

In this paper we implement the methodology of Jorgenson and Lau for testing Consumer's Theory. The importance of this methodology is based on the fact you can fit demand functions without requiring integrabitily and then test for it. We test the conditions implied by integrability in a complete demand system (direct and indirect systems). That means testing for homogeneity, summability, symmetry, non-negativity and monotonicity of systems of demand functions. We use empirical data from Spanish domestic consumption in durables, non-durables and energy.

Análisis de la integrabilidad de un sistema completo de demanda para la economía española.

1. Introducción

Cuando se habla de integrabilidad de un sistema de demanda, se hace referencia a la posibilidad de que exista una función que, en caso de ser la función objetivo del consumidor, una vez se maximiza, da lugar al conjunto de funciones de demanda observadas para este individuo. Esto explicaría el comportamiento de los individuos como el de agentes racionales que maximizan su función de utilidad, independientemente de que el individuo persiga este fin o no. De este modo, si se cumplen las condiciones de integrabilidad, cuando sobre las funciones de demanda se contrastan las propiedades que se derivan de la maximización de la utilidad, se puede asegurar que existe una función de utilidad que genera este sistema de demanda.

El estudio de la integrabilidad, desde un punto de vista matemático, intentaría establecer qué condiciones han de cumplir un conjunto de funciones de demanda continuas y diferenciables para que éstas sean integrables. Sin embargo, esto no es suficiente desde un punto de vista económico, puesto que sería necesario exigir condiciones suficientes para que al realizar este proceso, se obtuviese una función de utilidad con las propiedades habituales. Para ilustrarlo, supondremos que un determinado individuo alcanza un nivel de utilidad U^0 cuando consume la combinación de bienes $X^0 = X(P^0, M^0)$, al maximizar su función objetivo, dado un vector inicial de precios y una renta monetaria. Por el teorema de Hotelling, se debe cumplir que la derivada de la función de gasto respecto de un precio sea la demanda compensada del bien correspondiente:

$$dm(P,U^0)/dp_i = h_i(P,U^0) = X_i[P,m(P,U^0)] \qquad [1]$$

donde $m(P,U^0)$ es la función de gasto, y además, como condición inicial:

$$m(P^0,U^0) = P^0.X^0 \qquad [2]$$

De este modo, si el sistema de funciones de demanda fuese integrable, se podría obtener la función de gasto, a partir de las demandas compensadas. Para poder integrar el sistema de ecuaciones diferenciales parciales [1], es necesario que el Hessiano de la función de demanda sea simétrico[1]. Esto no basta desde un punto de vista económico, puesto que la función de utilidad debe ser cuasicóncava. Se exige entonces que dicho Hessiano sea además semidefinido negativo, lo que de nuevo se cumple por construcción de la matriz de Slutsky[2]. Además, el estudio de la integrabilidad de las funciones de demanda puede realizarse sobre funciones de demanda directas, X = X(P,M), o inversas, P = P(X,M). Esto es, lo que en adelante denominaremos sistema directo o sistema indirecto de demanda. Si las funciones de demanda son invertibles, las condiciones de integrabilidad son las mismas para los dos sistemas[3].

Se han desarrollado distintos procedimientos para intentar contrastar la integrabilidad de sistemas de demanda, cada uno de ellos con unas limitaciones diferentes. El modelo de Stone (que expresa la demanda de cada bien en función de los logaritmos del gasto en dicho bien y su precio) así como el conocido modelo de Rotterdam empleado por Barten y Theil, son consistentes con una función de utilidad que sea lineal en logaritmos. Una función como ésta es aditiva y homotética, lo que impone la restricción de que las elasticidades de sustitución entre bienes sean todas iguales y constantes. El sistema lineal de gasto desarrollado por Houthakker y Stone tan sólo mantiene el requisito de aditividad, permitiendo que las proporciones de gasto en cada uno de los bienes varíen con la renta del individuo[4].

Los modelos que utilizan funciones de demanda "transcendental-logarítmicas" (translog), pretenden evitar cualquier tipo de supuesto previo sobre la aditividad u homoteticidad de la función de utilidad. Este modelo fué desarro-

1. Estas son precisamente las restricciones que impone la ecuación de Slutsky, de modo que "las funciones de demanda pueden integrarse para obtener las funciones de gasto que pueden utilizarse para construir una función de utilidad consistente con aquella". Véase Varian (1984).

2. Hurwicz (1971), insiste en la diferencia entre integrabilidad matemática e integrabilidad económica. Hurwicz y Uzawa (1971) realizan un extenso análisis sobre integrabilidad de funciones de demanda, donde demuestran que cuando las funciones son económicamente integrables la función de utilidad es monótona y semicontinua superiormente.

3. La matriz de sustitución en términos cantidades de Slutsky se obtiene a partir de las funciones directas de demanda, mientras que a partir de las funciones indirectas se obtiene la matriz de sustitución en términos de precios de Antonelli. Samuelson (1950) demostró que estas dos matrices son equivalentes en el caso de funciones de demanda invertibles, de modo que si una de ellas es simétrica y semidefinida negativa, también lo será la otra. Véase además, Antonelli (1886).

4. Una descripción de los distintos sistemas de demanda se encuentra en el cap. 3 de Deaton y Muellbauer (1980). Christensen, Jorgenson y Lau (1975) analizan estos sistemas de demanda en su relación con las restricciones que imponen sobre las funciones de utilidad subyacentes.

llado originalmente para el análisis de la teoría de la producción[5], pero posteriormente se ha aplicado al estudio de sistemas completos de demanda[6]. Una función de utilidad "translog" es una aproximación cuadrática en logaritmos a una función de utilidad arbitraria[7]. Bajo esta representación paramétrica de las preferencias es posible estudiar la integrabilidad del sistema de demanda que genera, constrastando sobre éste las restricciones que se derivan de las distintas propiedades de la función de utilidad. Estas restricciones son: homogeneidad, aditividad, simetría, no negatividad y monotonicidad.

Nuestro objetivo es intentar contrastar la integrabilidad de un sistema de demanda a nivel agregado para la economía española. Es evidente que esto impone serias limitaciones sobre las implicaciones de los contrastes de integrabilidad, comunes a todos los estudios que se han realizado, puesto que no es habitual disponer de datos individuales de consumo[8]. Las restricciones que se derivan de la teoría de la utilidad se establecen sobre las demandas individuales, lo que no implica que éstas deban mantenerse a nivel agregado. Si no es posible aceptar las hipótesis de integrabilidad, esto no ha de tener como consecuencia que la teoría de la demanda sea falsa, puesto que podemos estar incurriendo en el error de una aproximación funcional inadecuada a la "verdadera" función de utilidad, o bien, la definición de las series utilizadas no es la apropiada para que se cumpla dicha especificación de la función de utilidad. O podría ocurrir que, siendo correcto todo lo anterior, al agregar las demandas de los distintos individuos las restricciones de la teoría no se mantengan[9]. Con este planteamiento a nivel agregado, de algún modo nos estamos aproximando a una posible

5. Christensen, Jorgenson y Lau (1971).

6. Algunas aplicaciones de los propios autores que desarrollan la utilización de la función "translog" para el estudio de la integrabilidad son: Christensen, Jorgenson y Lau (1975), Conrad y Jorgenson (1979) y Jorgenson y Lau (1986).

7. Véase Takayama (1985), sección 1.F.d.

8. Cuando, como en nuestro caso, no se disponen de datos de corte transversal, sino de series temporales, se ha de introducir una modificación en la especificación de las funciones de utilidad, para recoger el posible cambio que éstas sufran a lo largo del tiempo. Este procedimiento se utiliza en Chirstensen, Jorgenson y Lau (1975), y el modo en que ha de realizarse esta modificación se justifica en Jorgenson y Lau (1979).

9. No ha de olvidarse el trabajo de Debreu (1974), donde se hace explícita la limitación del análisis microeconómico para abordar el estudio de demandas de mercado: cualquier demanda de mercado continua que cumpla la Ley de Walras puede obtenerse como suma de las demandas individuales de agentes racionales y de una cierta distribución de la renta.

Sobre la contrastación de las propiedades de las funciones de demanda utilizando funciones de utilidad "translog" con datos de mercado véase el extenso y profundo análisis de Jorgenson, Lau y Stoker (1982).

función de utilidad del consumidor representativo[10].

Podemos preguntarnos qué interés tiene nuestro trabajo a la luz de las anteriores críticas. En primer lugar debemos contemplarlo como un ejercicio que hasta ahora no se había realizado para la economía española, y que ha exigido la construcción de series homogéneas, objetivo éste de no fácil realización. En segundo lugar, en el espíritu de lo que señalan Conrad y Jorgenson (1979) que indican que, si bien el rechazo de las restricciones que caracterizan la integrabilidad no anula la validez de la teoría, la aceptación de las mismas, o de algunas de ellas justificaría el estudio de la demanda de mercado desde un punto de vista microeconómico, de modo que este análisis permite contrastar empíricamente lo que habitualmente se asume por hipótesis.

2. Formulación del modelo

De igual modo que se puede estimar una función de producción a partir de la función de costes o de las demandas condicionadas de los factores, aprovechando el enfoque de la dualidad, es posible estimar los parámetros que caracterizan una función de utilidad a través del sistema de demanda que se generaría en el caso en el que el consumidor siguiese una conducta racional. Puesto que, como hemos indicado anteriormente, la función de demanda de un bien puede representarse de distinta formas, vamos a describir cómo se obtienen las expresiones de la demanda de cada bien a partir de la función de utilidad propuesta.

2.1. Sistema directo de demanda.

Un sistema de ecuaciones de demanda del tipo $X = X(P,M)$, se obtiene a partir de una función indirecta de utilidad. Esta función indirecta de utilidad también dependerá del tiempo a fin de explicar cómo varían las preferencias. Como además realizamos un análisis agregado, suponemos cierta distribución de esta función entre individuos, de modo que:

10. No es necesario suponer que las funciones de utilidad de todos los individuos son las mismas que la de este consumidor representativo, basta con suponer que existe cierta distribución de las preferencias de los individuos en torno a las de este individuo. De este modo, los errores de estimación estarían reflejando la diversidad de las preferencias individuales. Véase el cap. 4 de Varian (1984).

$$V_i\ (P,M_i,t) = V\ (P,M,t) + \varepsilon_i \qquad [3]$$

donde P es un vector de precios, M, el gasto total per cápita y t el tiempo; V_i es la función indirecta de utilidad de un individuo y V la del consumidor medio o representativo, y ε_i es una variable aleatoria que se distribuye conforme a una N(0,1). Utilizaremos una transformación monótona de esta función indirecta de utilidad, que representamos por:

$$\ln V = \alpha_0 + \Sigma(\alpha_i+\beta_{it}t)\ln(p_i/M) + 1/2.\Sigma\Sigma\beta_{ij}\ln(p_i/M)\ln(p_j/M) \qquad [4]$$

La demanda de cada uno de los bienes puede obtenerse empleando la identidad de Roy. Si en vez de derivar la función indirecta de utilidad respecto de los precios y el gasto total, derivamos respecto de los logaritmos de los mismos se llega a:

$$- \frac{d\ \ln V\ /\ d\ \ln p_j}{d\ \ln V\ /\ d\ \ln M} = \frac{p_j X_j}{M} = w_j \qquad [5]$$

donde w_j es la participación del consumo del bien j sobre el total del gasto M.

A partir de nuestra aproximación a la función de utilidad representada por [4] y suponiendo que $\beta_{ij} = \beta_{ji}$ se tiene que:

$$\begin{aligned} d\ \ln V\ /\ d\ \ln p_j &= \alpha_j + \Sigma\beta_{ji}\ln(p_i/M) + \beta_{jt}t = \\ &= \alpha_j + \Sigma\beta_{ji}\ln(p_i/M) + \beta_{jt}t \qquad (j=1,2,3) \qquad [6] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d\ \ln V\ /\ d\ \ln M &= -\ \Sigma\ (\alpha_k + \Sigma\beta_{ki}\ln(p_i/M) + \beta_{kt}t) = \\ &= -\ \Sigma\ (\alpha_k + \Sigma\beta_{ki}\ln(p_i/M) + \beta_{kt}t) \qquad [7] \end{aligned}$$

Suponemos, por simplicidad de la notación, que:

$$\alpha_M = \Sigma\ \alpha_k \qquad [8]$$

$$\beta_{Mi} = \Sigma\ \beta_{ki} \qquad (i=1,2,3) \qquad [9]$$

$$\beta_{Mt} = \Sigma\ \beta_{kt} \qquad [10]$$

De este modo, la participación de cada bien en el gasto total de los consumidores queda expresado como:

$$w_j = \frac{p_jX_j}{M} = \frac{\alpha_j + \Sigma\beta_{ji}\ln(p_i/M) + \beta_{jt}t}{\alpha_M + \Sigma\beta_{Mi}\ln(p_i/M) + \beta_{Mt}t} \qquad [11]$$

Como ha de cumplirse la restricción presupuestaria, los parámetros de, por ejemplo, la tercera ecuación, quedan determinados a partir de los de la primera y la segunda, utilizando [8]-[10]. Como además, [11] es homogénea de grado cero en los parámetros, es necesaria cierta normalización, de modo que hacemos:

$$\alpha_M = \Sigma\,\alpha_k = -1 \qquad [12]$$

2.2. Sistema indirecto de demanda.

Ahora, el sistema de ecuaciones de demanda del tipo P = P(X,M), se obtiene a partir de una función directa de utilidad, que, para mantener la simetría de planteamiento entre los sistemas, suponemos del tipo:

$$\ln U = \alpha_0 + \Sigma(\alpha_i + \beta_{it}t)\ln(X_i) + 1/2.\Sigma\Sigma\beta_{ij}\ln(X_i)\ln(X_j) \qquad [13]$$

Maximizando una transformación logarítmica de la utilidad, sujeta a la restricción presupuestaria, se obtiene que:

$$\frac{d\ln U}{d\ln X_j} = \mu.\frac{p_jX_j}{U} \qquad (j=1,2,3) \quad [14]$$

$$\mu/U = (1/M).\Sigma\,\frac{d\ln U}{d\ln X_i} \qquad [15]$$

donde μ es el multiplicador de Lagrange. Sustituyendo [14] en [15] se obtiene que:

$$\frac{d\ln U / d\ln X_j}{\Sigma\,(d\ln V / d\ln X_i)} = \frac{p_jX_j}{M} = w_j \qquad (j=1,2,3) \quad [16]$$

Y haciendo uso de [13] obtenemos la expresión de la demanda para cada bien, empleando el sistema indirecto, suponiendo que $\beta_{ij} = \beta_{ji}$ y haciendo uso de [8]-[10] se obtiene que:

$$w_j = \frac{p_j X_j}{M} = \frac{\alpha_j + \Sigma\beta_{ji}\ln(X_i) + \beta_{jt}t}{\alpha_M + \Sigma\beta_{Mi}\ln(X_i) + \beta_{Mt}t} \qquad [17]$$

Como de nuevo se ha de cumplir la restricción presupuestaria, sólo es necesario estimar dos de las tres ecuaciones, determinándose el valor de los parámetros de la tercera por diferencia. La expresión [17] es de nuevo homogénea de grado cero en los parámetros, por lo que se adopta también la normalización representada por [12] también en este caso. De este modo hemos diseñado dos expresiones de la demanda que son absolutamente simétricas en su formulación, pero que dependen de distintas variables.

3. Contrastes de integrabilidad

Para verificar la integrabilidad de las funciones de demanda hemos utilizado datos anuales de series temporales para el período 1964-1984 para la Economía Española. En el apéndice se recoge la metodología seguida para la elaboración de las series, así como las series utilizadas para las estimaciones y contrastes. Esta muestra, aunque algo limitada en tamaño, es la máxima que hemos podido conseguir.

Para alicar los contrastes establecemos las funciones de demanda (directas e indirectas) sobre tres grupos de bienes: de consumo duraredo, de consumo no duradero y de energía. De este modo, generalizando las expresiones [11] y [17] anteriores especificamos los siguientes sistemas de demanda:

Sistema "translog" de demanda directo:

$$w_1 = \frac{\alpha_1+\beta_{11}\ln(P_1/M)+\beta_{12}\ln(P_2/M)+\beta_{13}\ln(P_3/M)+\beta_{1M}M+\beta_{1t}t}{-1+\beta^1_{M1}\ln(P_1/M)+\beta^1_{M2}\ln(P_2/M)+\beta^1_{M3}\ln(P_3/M)+\beta^1_{MM}M+\beta^1_{Mt}t} + u_1 \qquad [18]$$

$$w_2 = \frac{\alpha_2+\beta_{21}\ln(P_1/M)+\beta_{22}\ln(P_2/M)+\beta_{23}\ln(P_3/M)+\beta_{2M}M+\beta_{2t}t}{-1+\beta^2_{M1}\ln(P_1/M)+\beta^2_{M2}\ln(P_2/M)+\beta^2_{M3}\ln(P_3/M)+\beta^2_{MM}M+\beta^2_{Mt}t} + u_2$$

Sistema "translog" de demanda indirecto:

$$w_1 = \frac{\alpha_1+\beta_{11}\ln X_1+\beta_{12}\ln X_2+\beta_{13}\ln X_3+\beta_{1M}M+\beta_{1t}t}{-1+\beta^1_{M1}\ln X_1+\beta^1_{M2}\ln X_2+\beta^1_{M3}\ln X_3+\beta^1_{MM}M+\beta^1_{Mt}t} + v_1$$

[19]

$$w_2 = \frac{\alpha_2+\beta_{21}\ln X_1+\beta_{22}\ln X_2+\beta_{23}\ln X_3+\beta_{2M}M+\beta_{2t}t}{-1+\beta^2_{M1}\ln X_1+\beta^2_{M2}\ln X_2+\beta^2_{M3}\ln X_3+\beta^2_{MM}M+\beta^2_{Mt}t} + v_2$$

Ahora hemos introducido un término en función del gasto total, a fin de poder contrastar la propiedad de homogeneidad que está implícita en las expresiones [11] y [17]. Por tanto, este tipo de función de demanda no es lineal en los parámetros, y constituye un caso particular de un cociente de dos polinomios de primer orden de unas funciones arbitrarias en precios, gasto y tiempo[11]. Hemos introducido también términos de perturbación u_i y v_i en cada una de las ecuaciones para convertir el modelo en estocástico. Dadas las perturbaciones en las dos ecuaciones, la perturbación de la ecuación resultante queda determinada por la restricción presupuestaria, y así sólo se necesitan dos ecuaciones para especificar totalmente el sistema completo de demanda. Las perturbaciones u_i, v_i se consideran N(0,1), siendo aditivos a efectos de que cumplan las propiedades deseables.

En primer lugar estimamos el sistema directo de demanda y el indirecto sin restricciones mediante métodos de máxima verosimilitud. En cada ecuación sin

11. Estas funciones arbitrarias de una única variable deben ser dos veces continuamente diferenciables y monótonas crecientes en sentido estricto. En el caso desarrollado en la sección anterior tenemos un cociente de polinomios que son función logarítmica del cociente entre precios y gasto, función lineal del tiempo, y función constante del gasto. Jorgenson y Lau (1979) demuestran que este tipo de funciones son las únicas compatibles con la integrabilidad que no requieren de restricciones adicionales.

restricciones hay once parámetros a estimar. Estas estimaciones se recogen en el Cuadro 1 para el sistema directo y en el Cuadro 2 para el sistema indirecto. A continuaciónse explica la forma de llevar a cabo el contraste de las propiedades de un sistema de demanda que sea integrable.

3.1. Homogeneidad.

La ausencia de ilusión monetaria hace que las ecuaciones de demanda del sistema directo sean homogéneas de grado cero en precios y renta. Dada la especificación de nuestras funciones de demanda, esto se traduce en que la proporción del gasto en un bien es independiente del gasto total dados los precios normalizados por el gasto. De igual modo, en el sistema indirecto, w_j es independiente del gasto total dadas las cantidades demandadas de los distintos bienes. Las condiciones necesarias y suficientes para que esto ocurra es lo que reconoceremos como restricciones de homogeneidad[12]:

$$\beta_{1M} = \beta_{2M} = \beta^1_{MM} = \beta^2_{MM} = 0 \qquad [20]$$

Hay por tanto cuatro restricciones de homogeneidad, correspondientes a dos parámetros en cada una de las dos ecuaciones que estimamos. De este modo, en segundo lugar se estiman ambos sistemas, sujetos a la restricción de homogeneidad haciendo que los parámetros correspondientes al valor del gasto total sean nulos. Esta estimación se recoge en la segunda columna de los cuadros 1 y 2.

3.2. Aditividad.

Por el cumplimiento de la restricción presupuestaria, la suma de los w_j debe ser igual a la unidad. Suponiendo que la tercera ecuación del sistema de demanda tiene una forma funcional análoga a las otras dos, una condición suficiente para la aditividad consiste en que los parámetros del denominador de las dos ecuaciones tomen el mismo valor, lo que definen las siguientes restricciones de igualdad:

12. Para obtener estas condiciones es indiferente utilizar las expresiones [11] o [17], derivando su logaritmo (una transformación monótona) respecto del gasto e igualando a cero.

$$\beta^1_{M1} = \beta^2_{M1} = \beta_{M1} \qquad [21.1]$$

$$\beta^1_{M2} = \beta^2_{M2} = \beta_{M2} \qquad [21.2]$$

$$\beta^1_{M3} = \beta^2_{M3} = \beta_{M3} \qquad [21.3]$$

$$\beta^1_{MM} = \beta^2_{MM} = \beta_{MM} \qquad [21.4]$$

$$\beta^1_{Mt} = \beta^2_{Mt} = \beta_{Mt} \qquad [21.5]$$

La estimación, incluyendo estas cinco restricciones de igualdad, se presenta en la tercera columna de los Cuadros 1 y 2. Si estas restricciones se mantienen, es necesario que se cumplan las siguientes condiciones para que nuestro sistema de ecuaciones de demanda cumpla la aditividad de modo que se asegure que $\Sigma w_j = 1$.

$$\Sigma\, \alpha_j = -1 \qquad [22.1]$$

$$\Sigma\, \beta_{ji} = \beta_{Mi} \qquad (i=1,2,3)\ [22.2]$$

$$\Sigma\, \beta_{jM} = \beta_{MM} \qquad [22.3]$$

$$\Sigma\, \beta_{jt} = \beta_{Mt} \qquad [22.4]$$

De este modo, a partir de las estimaciones de la tercera columna de los Cuadros 1 y 2, pueden obtenerse los parámetros de la tercera ecuación de nuestro sistema de demanda, referida en nuestro caso a la energía.

3.3. Simetría.

Existen distintas formas de llevar a cabo los contrastes de las hipótesis de integrabilidad. En cualquier caso, para contrastar la simetría es necesario imponer las condiciones de homogeneidad y aditividad previamente. Es por ello que en la cuarta columna de los Cuadros 1 y 2 se encuentra la estimación de cada sistema, imponiendo las restricciones de homogeneidad [20] y de igualdad [21.1]-[21.5], donde además se obtienen las estimaciones de los parámetros de la tercera ecuación haciendo uso de [22.1]-[22.5].

La simetría exige que la matriz de efectos compensados de cantidades o de precios sea simétrica. Imponiendo la homogeneidad y la aditividad, las ecuaciones de demanda a estimar, [18] y [19], tomarían la forma:

$$w_j = \frac{\alpha_j+\beta_{j1}\ln(P_1/M)+\beta_{j2}\ln(P_2/M)+\beta_{j3}\ln(P_3/M)+\beta_{jt}t}{-1+\beta_{M1}\ln(P_1/M)+\beta_{M2}\ln(P_2/M)+\beta_{M3}\ln(P_3/M)+\beta_{Mt}t} + u_j \qquad [23]$$

$$w_j = \frac{\alpha_j+\beta_{j1}\ln X_1+\beta_{j2}\ln X_2+\beta_{j3}\ln X_3+\beta_{jt}t}{-1+\beta_{M1}\ln X_1+\beta_{M2}\ln X_2+\beta_{M3}\ln X_3+\beta_{Mt}t} + v_j \qquad [24]$$

Estas expresiones son análogas a las que se obtuvieron en [11] y [17] a partir de las funciones de utilidad propuestas anteriormente. Una forma de contrastar la simetría se deriva de que, como parece evidente, la igualdad de los efectos cruzados implica que:

$$\beta_{12} = \beta_{21} \qquad [25.1]$$

Esta restricción, que encontramos de forma explícita en las dos ecuaciones que se estiman para cada sistema no es, sin embargo la única, puesto que los efectos cruzados también han de ser simétricos respecto del tercer bien que consideramos. A partir de [22.2] estimamos:

$$\beta_{13} = \beta_{M1} - \beta_{11} - \beta_{21} \qquad [25.2]$$

$$\beta_{23} = \beta_{M2} - \beta_{12} - \beta_{22} \qquad [25.3]$$

Estas tres restricciones constituyen las restricciones de simetría en nuestras estimaciones, que presentamos en la quinta columna de los Cuadros 1 y 2. Sin embargo, éstas no son las únicas restricciones que estamos imponiendo, puesto que a partir de [25.1]-[25.3] y [22.2], es evidente que las siguientes restricciones se encuentran de forma implícita en nuestra formulación:

$$\beta_{31} = \beta_{M1} - \beta_{11} - \beta_{21} \qquad [25.4]$$

$$\beta_{32} = \beta_{M2} - \beta_{12} - \beta_{22} \qquad [25.5]$$

3.4. No negatividad.

Para formular este contraste también se imponen las restricciones de homogeneidad y aditividad. En el sistema directo representado en [23], haciendo $\beta_{ji}\ln(P_i/M)=0$ (i=1,2,3), y $\beta_{jt}t=0$, obtendríamos que $X_j=-\alpha_j(M/P_j) \geq 0$. De igual modo, en el sistema indirecto representado en [24], haciendo $\beta_{ji}\ln X_i=0$ (i=1,2,3), y $\beta_{jt}t=0$, obtendríamos que $P_j=-\alpha_j(M/X_j) \geq 0$. Por tanto, las condiciones de no negatividad de precios y cantidades pueden escribirse como:

$$\alpha_1 \leq 0 \qquad [26.1]$$

$$\alpha_2 \leq 0 \qquad [26.2]$$

$$\alpha_3 = -1 - \alpha_1 - \alpha_2 \leq 0 \qquad [26.3]$$

Las dos primeras restricciones se contrastan directamente sobre las ecuaciones que estimamos mientras que la tercera, obtenida a partir de la condición de aditividad [22.1] está implícita en estas dos ecuaciones.

3.5. Monotonicidad.

Esta restricción es analíticamente más complicada de llevar a cabo. Sin embargo, dada la importancia que tiene para contrastar las características de la función de utilidad subyacente[13], vamos a desarrollarla con cierto detalle. Para contrastar esta restricción es necesario que se cumplan las restricciones de homogeneidad y de igualdad. Se estudia la propiedad de monotonicidad en un entorno del punto donde $t = 0$ y además $\ln(P_1/M) = \ln(P_2/M) = \ln(P_3/M) = 0$. De este modo, a partir de [23] la demanda (directa) de un bien queda expresada por:

$$X_j = -\alpha_j(P_j/M)^{-1} \qquad (j=1,2,3) \qquad [27]$$

Representamos por $S^* = [\sigma^*_{ij}]$ la matriz de efectos sustitución compensados de Slutsky[14]. Para poder llevar a cabo el contraste es necesario expresar los elementos de esta matriz en función de los parámetros de la ecuación [23]. Así, los elementos de S^* pueden ser calculados a partir de la ecuación de Slutsky, y dada la homogeneidad de la función de demanda:
$dX_i/dM = -\Sigma[dX_i/d(P_j/M)].(P_j/M)$. Derivando [23]:

13. Recuérdese nuestra anterior discusión sobre los enfoques de la integrabilidad en sentido matemático y económico.

14. Este desarrollo se refiere al sistema directo de demanda. Los resultados son los mismos para el sistema indirecto, dada la simetría de la formulación de las funcioens de demanda. En este otro caso utilizaríamos la matriz de Antonelli.

$$\sigma^*_{ij} = \left.\frac{dX_i}{d(P_j/M)}\right|_{dU=0} = \frac{dX_i}{d(P_j/M)} + X_i \cdot \frac{dX_i}{dM} =$$

$$= \frac{dX_i}{d(P_j/M)} - X_i \cdot \Sigma \frac{dX_i}{d(P_k/M)} \cdot (P_k/M) =$$

$$= (P_i/M)^{-1}(P_j/M)^{-1}.[\alpha_i\alpha_j-(\beta_{ij}+\alpha_i\beta_{Mj})-\alpha_j(\Sigma\beta_{ik}+\alpha_i\Sigma\beta_{Mk})]+\delta_{ij}\alpha_i(P_i/M)^{-2}$$

$$(i,j=1,2,3) \quad [28]$$

Donde δ_{ij} es la delta de Kronecker. Si definimos $P^d=[P_i/M]$, una matriz diagonal donde sus únicos elementos no nulos son los ratios de los precios y el gasto; $B=[\beta_{ij}]$, (i,j=1,2,3), una matriz cuadrada de los parámetros que afectan al logaritmo del ratio de los precios y gasto; $\alpha=[\alpha_i]$, un vector columna de términos independientes; y u=[1], un vector columna de unos; entonces, podemos expresar [28] en forma matricial como:

$$S^* = (P^d)^{-1}[-B-\alpha(u'B)-(u'B)'\alpha'-\alpha u'Bu\alpha'+\alpha\alpha'+\alpha d](P^d)^{-1} = (P^d)^{-1}S(P^d)^{-1} \quad [29]$$

De estas dos últimas expresiones, los elementos de la matriz S son:

$$\sigma_{ij}=\alpha_i\alpha_j - \beta_{ij} - \alpha_i\beta_{Mj} - \alpha_j\Sigma\beta_{ik} - \alpha_i\alpha_j\Sigma\beta_{Mk} + \delta_{ij}\alpha_i \qquad (i,j=1,2,3) \quad [30]$$

La monotonicidad se asegura si la matriz (1/2).(S*+S*'] es semidefinida negativa, lo que por [29] es equivalente a que la matriz (1/2).[S+S'] sea semidefinida negativa. Para contrastar la monotonicidad definimos las siguientes matrices:

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \pi_{21} & 1 & 0 \\ \pi_{31} & \pi_{31} & 1 \end{bmatrix} \quad ; \quad M = \begin{bmatrix} \phi_1 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_2 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_3 \end{bmatrix}$$

Podemos ahora representar la matriz (1/2).[S+S'] utilizando su descomposición de Cholesky: (1/2).[S+S'] = -L.M.L'. Así:

$$[S+S']/2 = - \begin{bmatrix} \phi_1 & \pi_{21}\phi_1 & \pi_{31}\phi_1 \\ \pi_{21}\phi_1 & \pi^2{}_{21}\phi_1+\phi_2 & \pi_{21}\pi_{31}\phi_1+\pi_{32}\phi_2 \\ \pi_{31}\phi_1 & \pi_{21}\pi_{31}\phi_1+\pi_{32}\phi_2 & \pi^2{}_{31}\phi_1+\pi^2{}_{32}\phi_2+\phi_3 \end{bmatrix}$$

Es fácil mostrar a partir de esta igualdad que los parámetros de la transformación de Cholesky pueden expresarse como funciones de los parámetros de las funciones de demanda, a través de las siguientes relaciones:

$$\phi_1 = - \sigma_{11} \qquad [31.1]$$

$$\phi_2 = - \sigma_{22} - \pi^2{}_{21}\phi_1 \qquad [31.2]$$

$$\pi_{21} = - (\sigma_{12}+\sigma_{21})/(2\phi_1) \qquad [31.3]$$

$$\pi_{31} = - (\sigma\sigma_{13}+\sigma_{31})/(2\phi_1) \qquad [31.4]$$

$$\pi_{32} = - (\sigma_{23}+\sigma_{32})/(2\phi_1) = \pi_{21}p_{31}\phi_1/\phi_2 \qquad [31.5]$$

Bajo la hipótesis de homogeneidad, el rango de la matriz (1/2).[S+S'] es como máximo dos. Por tando $\phi_3 = 0$. De este modo, se asegura que la matriz (1/2).[S+S'] es semidefinida negativa cuando se cumple conjuntamente que:

$$\phi_1 \geq 0 \qquad [32.1]$$

$$\phi_2 \geq 0 \qquad [32.2]$$

Estas son las restricciones de monotonicidad[15] que han de cumplirse simultáneamente. Si esto es así, se están cumpliendo un conjunto de restricciones sobre la matriz de sustitución S, tales como que todos los efectos sustitución propios son negativos, asegurando de esta forma curvas de demanda compensada con pendiente negativa.

Estos desarrollos nos permiten decir algo sobre las características de la función de utilidad subyacente. Imponiendo la restricción de simetría, el contraste de monotonicidad es una forma de contrastar si la función de utilidad

15. Partiendo de la descomposición de Cholesky, la matriz (1/2)[S+S'] será semidefinida negativa (y por tanto se cumplirá la monotonicidad) cuando la matriz -L.M.L' sea semidefinida negativa. Es fácil obtener estas restricciones utilizando sobre -L.M.L' la propiedad de que una matriz es semidefinida negativa cuando los determinantes de sus menores principales alternan el signo, de modo que $(-1)^n D_n \geq 0$, (n=1,2,3). Véase Gantmacher (1959), cap. 10.

correspondiente es cuasi-cóncava o cuasi-convexa. Si definimos la matriz $H = B - \alpha^d$, entonces (1/2).[H+H'] es el Hessiano de la función de utilidad correspondiente. A partir de la definición de H y de [29] no es difícil demostrar que:

$$(1/2).[S+S'] = -(1/2).[I+\alpha u'].[H+H'].[I+u\alpha'] \qquad [33]$$

Podemos ahora definir la siguiente matriz:

$$H^* = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha' \\ -\alpha & -[H+H']/2 \end{bmatrix} \qquad [34]$$

Bajo las condiciones de homogeneidad, aditividad y simetría, e imponiendo que $\beta_{ji}\ln(P_i/M)=0$ (i=1,2,3) y $\beta_{jt}t=0$, el vector $-\alpha$ es el gradiente (con el signo cambiado) de la función indirecta de utilidad [4] y la matriz -(1/2).[H+H'] es el Hessiano de la misma función de utilidad (también con el signo cambiado). Así pues, la matriz H* representa el Hessiano orlado de -lnV(P,M), la función indirecta de utilidad [4] cambiada de signo. Para que la función indirecta de utilidad sea cuasi-convexa es necesario que[16]:

$$H^*_1 \leq 0,\ H^*_2 \geq 0\ ,\ H^*_3 \leq 0 \qquad [35]$$

Del mismo modo, bajo las condiciones de homogeneidad, aditividad y simetría, e imponiendo que $\beta_{ji}\ln X_i=0$ (i=1,2,3) y $\beta_{jt}t=0$, el vector $-\alpha$ es el gradiente de la función directa de utilidad [13] y la matriz -(1/2).[H+H'] es el Hessiano de la función de utilidad. La matriz H* representa el Hessiano orlado de lnU(X), la función directa de utilidad [13]. De este modo el cumplimiento de [35] en este caso asegura la cuasi-concavidad de la función directa de utilidad.

16. Una función f será cuasi-concava si siendo contInua y dos veces diferenciable, se cumple que $(-1)^n H^*_n \geq 0$, donde H^*_n es el determinante del menor principal de orden n $(n=1,2,3)^n$ del Hessiano orlado de la función. Una función f será cuasi-convexa si su opuesta -f es cuasi-cóncava. Véase Varian (1984), Apéndice A.6., y Takayama (1985), Teorema 1.E.14.

4. ESTIMACIONES Y CONTRASTES

El procedimiento de estimación utilizado ha sido el de mínimos cuadrados en tres etapas, aplicado expresamente a un modelo de regresión aparentemente no relacionado, como es el caso del modelo que estimamos. Este método, bajo la hipótesis de que las perturbaciones sigan una distribución normal y sean aditivas, es equivalente a la estimación máximo-verosímil. En esta aplicación, las perturbaciones cumplen los requisitos enunciados, pero el problema adicional que se plantea es que el modelo a estimar es no lineal. Esto nos lleva a utilizar métodos no lineales basados en estimadores de mínima distancia que pueden utilizarse para calcular tanto mínimos cuadrados no lineales uniecuacionales como bietápicos no lineales, como modelos de regresión aparentemete no relacionados no lineales.

En concreto, se pretende minimizar la función objetivo mediante métodos iterativos para modelos no lineales, esta función objetivo es la suma de cuadrados de los residuos. Minimizar esta suma es equivalente a maximizar la función de verosimilitud si la perturbación cumple las hipótesis mencionadas en el párrafo anterior. La técnica de iteración utilizada es el método de Gauss en el que las derivadas de los residuos de la ecuación con respecto a cada parámetro se forman analíticamente. Se lleva a cabo la regresión de los residuos actuales sobre las derivadas y los coeficientes de regresión que se obtienen son los cambios que se proponen para los parámetros. Se puede demostrar que estos parámetros serán cero si los parámetros actuales están en un mínimo local de la suma de cuadrados de los residuos, y se seguirá iterando hasta que las derivadas sean ortoganales a los residuos y por tanto se minimice la suma de cuadrados de los residuos (o se maximice la función de verosimilitud).

La consistencia de la aplicación del método de mínimos cuadrados en tres etapas (o estimador del modelo de regresión aparentemente no relacionado) es clara desde un punto de vista econométrico, ya que este método proporciona unos estimadores más eficientes que los restantes métodos de estimación de modelos multiecuacionales, puesto que independientemente de que puedan existir endógenas como explicativas, a diferencia de otros métodos, lo que realmente se considera es la relación que puede haber entre las perturbaciones de las distintas ecuaciones en un instante del tiempo, permitiendo asímismo, la imposición de restricciones a través de las ecuaciones del modelo.

Las estimaciones para el sistema directo de demanda y para el indirecto, sin imponer ninguna restricción sobre ellos se recogen en los cuadros 1 y 2 respectivamente. Es adecuado señalar que todos los términos independientes, tanto en el sistema directo como en el indirecto tienen los signos correctos esperados; son todos negativos. La propia construcción de las ecuaciones del modelo genera fuertes problemas de multicolinealidad que se reflejan en los resultados de las estimaciones, sobre todo cuando se llevan a cabo las estimaciones sin restricciones.

La primera restricción que se contrasta para ambos sistemas es la de homogeneidad. En el caso del sistema directo, cuando comparamos el modelo restringido frente al modelo sin restringir, se comprueba que el modelo restringido tiene un mejor comportamiento. En el sistema indirecto prácticamente no hay diferencia en los resultados del modelo con restricciones y sin restricciones.

En el Cuadro 3, se recogen los valores críticos para la Chi-Cuadrado con distintos grados de libertad, de modo que podemos comprobar que en ambos casos se rechaza la hipótesis de homogeneidad. Este resultado nos llevaría a la conclusión de que los agentes están sometidos a ilusión monetaria, resultado que es bastante plausible dada la información imperfecta que poseen los consumidores. Esto puede deberse también a la no correspondencia directa entre los precios y grupos de bienes que hemos definido y los que realmente perciben los agentes.

La segunda hipótesis contrastada ha sido la de igualdad, que se ha verificado en primer lugar sin tener en cuenta la homogeneidad y en segundo lugar, conjuntamente con la hipótesis de aditividad. Cuando se contrasta esta hipótesis aisladamente, se acepta en ambos sistemas (Cuadro 3). La contrastación de la homogeneidad e igualdad simultáneamente, de nuevo se acepta para ambos sistemas.

Para constrastar la simetría efectuamos este contraste bajo las hipótesis de homogeneidad e igualdad, y los resultados para ambos sistemas (Cuadro 3) son los de rechazar la hipótesis de simetría. Este resultado, por otra parte es totalmente esperable, ya que la hipótesis contrastada es una de las más restrictivas que se le impone al modelo. Su rechazo impide que el conjunto de preferencias sobre los grupos de bienes definidos pueda representarse a través de una función de utilidad.

La no negatividad se analiza mediante un contraste de una sola cola (t de Student). Este contraste es simultáneo para todo el sistema de demanda, de modo que rechazándose en uno sólo de los casos, quedaría rechazada la no negatividad. En nuestro caso, se acepta para el sistema directo, lo cual implica aceptar la hipótesis de no negatividad. Este resultado es totalmente lógico dada la implicación que tiene la hipótesis contrastada. Sin embargo no podemos aceptar esta hipótesis para el sistema indirecto.

Igual que en el caso anterior, para analizar la monotonicidad, utilizamos un contraste en una sola cola y simultáneo para todo el sistema. En nuestro caso, tanto para el sistema directo como para le indirecto, se puede aceptar la hipótesis de monotonicidad para un nivel de significación del 0.05, y particularmente en el caso del sistema directo se puede aceptar también para un nivel de significación del 0.01.

Hemos analizado igualmente para ambos sistemas el Hessiano orlado de la matriz de sustitución a efectos de comprobar la concavidad de la función de utilidad subyacente. En nuestro trabajo, los valores obtenidos para los menores principales no confirman esta hipótesis.

Los resultados obtenidos de la contrastación son acordes con los de Jorgenson y Lau (1986) para los Estados Unidos, de modo que no puede aceptarse la hipótesis de integrabilidad del sistema de demanda.

En resumen, hemos aplicado la metodología de Jorgenson y Lau para poder contrastar la integrabilidad de las funciones de demanda. Queremos destacar que la importancia de esta metodología es precisamente el proporcionar una vía para poder verificar las características, ya mencionadas, de las funciones de demanda. Además, no es de extrañar que la evidencia empírica no cumple las condiciones teóricas requeridas (salvo algunas de ellas) ya que, estamos trabajando con funciones de demanda de mercado, obtenidas como resultado de la agregación de las demandas individuales y como ya señalan estos autores, las condiciones en que las funciones de demanda de mercado pueden considerarse análogas a las individuales, son muy estrictas.

Por todo ello, consideramos que la forma más adecuada de poder aplicar la metodología propuesta, es aplicar estos contrastes a las demandas de los agentes individuales, mediante la utilización de datos de corte transversal y de panel, pudiendo así captar las características y la evolución de las funciones de demanda individuales.

En cualquier caso, los resultados obtenidos están condicionados fundamentalmente por dos elementos. En primer lugar la representatividad de los datos es bastante dudosa, no podemos afirmar que precisamente las series que utilizamos sean representativas de los argumentos que forman parte de "la verdadera función de utilidad", de nuestro consumidor representativo. Generalmente en las aplicaciones econométricas se ha obviado el hecho de que los datos utilizados sean los que realmente configuran el fenómeno que estudiamos, pero consideramos que ésta es una cuestión crucial a la hora de analizar los resultados y además, las series utilizadas para representar los argumentos de la función de utilidad adolecen de una heterogeneidad que los hace difícilmente fiables.

Por último, y quizá lo más importante, esta metodología nos permite estimar funciones de demanda y comprobar simultáneamente si éstas cumplen las restricciones impuestas por la teoría, lo que a nuestro entender es un planteamiento más correcto que el habitual, que se limita a estimar las funciones de demanda sin imponerles ningún tipo de restricción teórica más que las que se refieren a los signos de los parámetros que se derivan del análisis de equilibrio parcial.

Por tanto, como conclusión final, queremos expresar que como en un principio esperábamos, el sistema de demanda estimado no cumple las condiciones de integrabilidad. Esta es la conclusión que generalmente se obtiene en este tipo de aplicación, y en cierta forma queríamos verificar que ésto mismo ocurría en el caso de la Economía Española. Esto nos reafirma, en la línea de los comentarios anteriores, de que el análisis de las funciones de demanda a nivel agregado es poco informativo sobre las verdaderas funciones de demanda. En cualquier caso, consideramos que esta metodología puede ser correcta para comprobar la calidad de los indicadores agregados (precios y cantidades) que se utilicen.

5. APÉNDICE

El proceso de elaboración de los datos utilizados en este trabajo ha sido largo y laborioso. Hemos efectuado una labor de búsqueda a través del análisis detallado de cada una de las partidas que componen el consumo privado nacional interior por funciones de las economías domésticas, ya que no existen en nuestro país series homogeneizadas de estas magnitudes, dado que la Contabilidad Nacional cambia su criterio de clasificación en los años 1964, 1970 y 1986, produciéndose así una heterogeneidad en las fuentes estadísticas tanto a nivel de los componentes de las distintas valoraciones como de las cantidades. Desgraciadamente los únicos trabajos de homogeneización de estas series (Uriel 1986) no tienen el nivel de desagregación necesario para la realización de este trabajo.

Habida cuenta de las circunstancias mencionadas, hemos tomado como información básica las siguientes fuentes:

1. Contabilidad Nacional de España, desde 1964 hasta 1986.
2. Anuarios Estadísticos del I.N.E. (1964-1986).

A partir de esta información hemos llevado a cabo la homogeneización de todas y cada una de las series utilizadas. Para ello hemos tenido que realizar los cambios de base de las distintas series, a un año base común, que ha sido 1975. Para cada uno de los componentes del consumo, se ha obtenido el índice de precios correspondiente, como cociente entre las cantidades a precios corrientes y las correspondientes a precios constantes.

La clasificación en tres grupos de bienes (duraderos, no duraderos y energía) se obtiene agregando las partidas que aparecen en la Contabilidad Nacional, con distinta denominación según a la contabilidad de que se trate, correspondientes al "Consumo privado e interior por funciones" (CNE-70) que se corresponde con la "Composición de los gastos de los consumidores en bienes y servicios" (CNE-64), y con la "Clasificación del consumo privado por funciones (CNE-80). La metodología de elaboración de las series ha sido la siguiente:

1) Establecer las correspondencias estrictas entre aquellos grupos de bienes que mantienen la misma denominación en todas las contabilidades.

2) Cuando no existía una correspondencia estricta (dos partidas agregadas en una) se ha disociado la categoría agregada en sus distintos componentes previa observación de la constancia de la proporción de las distintas magnitudes que integran la categoría agregada.

3) Se ha tomado como año base, 1975=100.

4) Los índices de precios necesarios se han obtenido como cociente de las cantidades corrientes entre las constantes.

5) En la Contabilidad Nacional, los datos de energía aparecen bajo el epígrafe de "Calefacción y alumbrado" desde 1964-1970 y desde 1980 en adelante. En la década de los setenta aparecen consolidados los gastos de "Calefacción y alumbrado" con los alquileres. Durante estos años se han obtenido el valor de los gastos en "Calefacción y alumbrado" extrapolando la tendencia del porcentaje de este epígrafe sobre el total, (Calefacción, alumbrado y alquileres). Sumando todo ello con los gastos en "Comunicaciones" (intensivos en energía), hemos obtenido el consumo total de energía.

6) Con un gran nivel de subjetividad, clasificamos las distintas partidas en bienes duraderos, no duraderos y energía, recogiendo cada una de estas categorías los siguientes epígrafes:

Bienes duraderos:

CNE-64:	4. Bienes duraderos.
CNE-70:	4.1. Muebles, accesorios y enseres domésticos.
	6.1. Compra de vehículos.
CNE-80:	4.1. Muebles y accesorios fijos.
	4.3. Aparatos de calefacción y grandes electrodomésticos.
	6.1. Compra de vehículos.

Bienes no duraderos:

CNE-64:
1. Productos alimenticios, bebidas y tabaco.
2. Vestidos y otros efectos personales.
3. Alquileres (incluidas reparaciones corrientes).
5. Otros bienes.
6. Otros servicios.

CNE-70:
1. Productos alimenticios, bebidas y tabaco.
2. Vestido y calzado.
3. Alquileres (excluyendo calefacción y alumbrado).
4.2. Bienes y servicios de entretenimiento del hogar.
5. Servicios médicos y conservación de la salud.
6.2. Mantenimiento y conservación de los medios de transporte personal.
6.3. Utilización de transportes públicos.
7. Esparcimiento, espectáculos, deportes y cultura.
8. Enseñanza.

CNE-80:
1. Alimentos, bebidas y tabaco.
2. Vestido y calzado.
3.1. Alquileres y gasto de consumo de agua.
4.4. Cristalería y otros.
4.5. Bienes y servicios para mantenimiento de la vivienda.
4.6. Servicio doméstico.
5. Servicios médicos y gastos sanitarios.
6.2. Gastos de utilización de vehículos.
6.3. Pagos de servicios de transporte.
7. Esparcimiento, espectáculos, enseñanza y cultura.
8. Otros bienes y servicios.

Se recogen las series obtenidas (en millones de pesetas) a continuación bajo las siguientes iniciales:

CBD: Consumo de bienes duraderos.
CBNDUR: Consumo de bienes no duraderos.
CENER: Consumo de energía eléctrica.
POPU: Población.
IPBND: Indice de precios de bienes no duraderos.
IPBD: Indice de precios de bienes duraderos.
IPE: Indice de precios de la energía.
CA: Calefacción y alumbrado.
TRAS: Comunicaciones.

CBD	CBNDUR	POPU	PIBND	IPBD	IPE	CA	TRAS	CNER
65398.1	656753.2	31.74	43.19	46.81	56.92	22538.5	1869.6	24408.1
82863.8	782080.4	32.08	49.99	49.02	57.68	26602.5	2481.3	29083.8
93770.2	898322.8	32.45	52.25	50.85	59.05	28339.6	3128.5	31468.1
104984.8	986877.3	32.85	54.23	54.55	60.29	31643.6	3654.1	35297.7
112095.8	1078396.0	33.24	56.76	57.28	62.04	34495.2	4173.4	38668.6
123135.7	1186253.0	33.57	58.17	60.47	62.84	42670.6	4991.4	47662.0
170919.0	1320642.0	33.88	64.56	65.02	68.06	47407.1	6171.1	53578.2
191416.4	1509102.0	34.19	70.22	69.31	72.14	52527.1	7701.5	60228.6
235195.3	1775210.0	34.50	77.44	73.86	75.74	71725.6	11116.9	82842.5
288997.1	2133088.0	34.81	86.58	82.70	84.66	82188.1	13340.3	95528.4
328420.2	2662752.0	35.15	100.00	100.00	100.00	97663.6	17315.7	114979.3
382763.6	3150593.0	35.51	116.68	115.79	113.88	111536.2	21904.4	133440.6
480165.6	3763382.0	35.94	135.51	133.09	126.54	122936.8	26898.6	149835.4
650561.6	4933430.0	36.37	164.54	163.00	147.81	139265.0	33354.3	172619.3
760862.0	5979681.0	36.78	180.50	184.10	185.20	159528.9	54166.3	213695.1
890561.0	7034152.0	37.11	206.00	213.70	207.80	180583.0	59552.2	240135.2
799084.0	7891363.0	37.39	235.80	242.20	290.80	246592.0	88051.0	334643.0
818055.0	9073203.0	37.75	261.80	276.60	404.20	343996.0	106718.0	450714.0
909596.0	10494500.0	37.96	294.20	311.60	455.20	400067.0	123259.0	523326.0
996878.0	11928050.0	38.17	332.10	352.40	541.08	459677.0	141624.0	601301.0
1116748.0	13366340.0	38.39	369.20	387.90	587.20	552532.0	164.001.0	716533.0

CUADRO 1: SISTEMA DIRECTO.

	SIN RESTRICCIONES		HOMOGENEIDAD		IGUALDAD	
PAR..	ESTIMAC.	T-STAT.	ESTIMAC.	T-STAT.	ESTIMAC.	T-STAT.
A_1	-581.12	(-0.00018)	-0.0774	(-4.0113)	-0.09866	(-14.492)
B_{11}	32.436	(0.00188)	-0.0385	(-0.8899)	-0.00361	(-0.1998)
B_{12}	-2.2858	(-0.00182)	0.0381	(0.6661)	-0.01384	(-1.2311)
B_{13}	-182.69	(-0.00183)	-0.0096	(0.80534)	0.00196	(1.0928)
B_{1M}	-11.490	(-0.00002)			-0.00081	(-0.1147)
B_{1T}	-1.7718	(-0.18375)	0.0002	(0.47756)	-0.00005	(0.0696)
B^1_{M1}	-709.74	(-0.00002)	-0.2962	(-0.7798)	-0.02466	(-0.1399)
B^1_{M2}	732.72	(0.00007)	0.2881	(0.56868)	-0.16429	(-1.5933)
B^1_{M3}	-195.53	(-0.00009)	-0.1275	(-0.9362)	0.00795	(0.36326)
B^1_{MM}	153.51	(0.00006)			-0.02355	(-0.31640)
B^1_{MT}	-11.340	(-0.00003)	0.0013	(0.33057)	0.00115	(0.13316)
A_2	-0.8527	(-42.128)	-0.8777	(-61.359)	-0.86159	(-134.441)
B_{21}	-0.0957	(-0.2667)	0.0045	(0.03005)	-0.02046	(-0.13435)
B_{22}	-0.0323	(-0.1054)	-0.8513	(-0.59272)	-0.14581	(-1.65031)
B_{23}	-0.0182	(-0.2331)	-0.0530	(-0.69651)	0.00624	(0.32370)
B_{2M}	-0.0253	(-0.4148)			-0.02301	(-0.35204)
B_{2T}	0.0058	(8.7985)	-0.0051	(-3.6216)	0.00132	(0.17271)
B^2_{M1}	-0.1190	(-0.2904)	0.0006	(0.00329)	-0.02465	(-0.13998)
B^2_{M2}	-0.0199	(-0.0568)	-0.0942	(-0.57042)	-0.16429	(-1.59337)
B^2_{M3}	-0.0195	(-0.2190)	-0.0585	(-0.67793)	0.00795	(0.36326)
B^2_{MM}	-0.0208	(-0.2737)			-0.02355	(-0.31640)
B^2_{MT}	0.0057	(0.00001)	-0.0058	(-3.6142)	0.00115	(0.13316)

CUADRO 1: SISTEMA DIRECTO (Continuación).

	HOMOGENEIDAD E IGUALDAD		SIMETRIA	
PARAMETRO	ESTIMACION	T-STAT.	ESTIMACION	T-STAT.
A_1	-0.94034E-01	(-17.346)	-0.18868E-02	(-6.018)
B_{11}	0.64451E-02	(0.797)	-0.37369E-03	(-5.2682)
B_{12}	-0.22507E-01	(-2.308)	0.17251E-04	(0.4339)
B_{13}	0.23688E-02	(1.532)	0.12940	(3.5892)
B_{1T}	-0.10727E-03	(-1.390)	-0.99461E-06	(-0.1614)
A_2	-0.87352	(-140.84)	-0.24671E-02	(-27.630)
B_{21}	0.95354E-01	(1.573)	0.17251E-04	(0.4339)
B_{22}	-0.23946	(-3.373)	-0.27401E-03	(-6.1737)
B_{23}	0.16558E-01	(1.265)	-0.21168E-03	(-6.1737)
B_{2T}	-0.10181E-02	(-1.695)	0.20373E-05	(1.1226)
A_3	-0.36E-03	(-1139.24)	-0.99564	(-3.3043)
B_{31}	0.4937	(1.5854)	0.12940	(3.5892)
B_{32}	0.6441	(1.6239)	-0.21168E-03	(-6.1737)
B_{33}	0.0869	(0.1102)	-0.46958	(-6.4222)
B_{3T}	0.0738	(10.431)	-0.26183E-01	(-6.7041)
Φ_1	0.27368	(35.602)		
Φ_2	-0.741532	(-1.002)		

CUADRO 2: SISTEMA INDIRECTO.

	SIN RESTRICCIONES		HOMOGENEIDAD		IGUALDAD	
PAR.	ESTIMAC.	T-STAT.	ESTIMAC.	T-STAT.	ESTIMAC.	T-STAT.
A_1	-0.49602E+06	(-0.00003	-1083.0	(-0.0041)	0.48579E-02	(0.2327)
B_{11}	6732.9	(0.00002)	322.11	(0.0044)	0.82280	(17.726)
B_{12}	-0.10797E+06	(-0.00003)	-409.60	(-0.0043)	-0.34978E-01	(-8.4314)
B_{13}	-1021.1	(-0.00001)	71.128	(0.0049)	0.28596E-01	(14.0454)
B_{1M}	0.10489E+06	(0.00001)			-0.81617	(-15.863)
B_{1T}	-435.73	(-0.00003)	2.2582	(0.0047)	-0.32512E-04	(-0.3643)
B^1_{M1}	-94965	(-0.00002)	-1752.5	(-0.0047)	0.86752	(11.872)
B^1_{M2}	0.10964E+07	(0.00002)	974.36	(0.0048)	0.68570E-01	(8.7550)
B^1_{M3}	-15083	(-0.00001)	580.25	(0.0047)	-0.35466E-02	(-1.5656)
B^1_{MM}	-0.95894E+06	(-0.00003)			-0.93250	(11.241)
B^1_{MT}	-4590.7	(-0.00001)	32.151	(0.0040)	-0.10763E-04	(-0.0700)
A_2	-1.0001	(-1820.0)	924.22	(0.58035)	-1.0043	(-239.02)
B_{21}	-0.47172	(-101.69)	-1284.0	(-0.49685)	-0.31192	(-9.0026)
B_{22}	-0.86800E-03	(-1.0947)	921.88	(0.49305)	0.63670E-01	(9.1159)
B_{23}	-0.46918E-03	(-1.4998)	265.79	(0.3619)	-0.16061E-02	(-0.7944)
B_{2M}	0.47275	(83.006)			0.24991	(5.7638)
B_{2T}	0.47319E-04	(2.3381)	15.854	(11.3536)	-0.11084E-04	(-0.0823)
B^2_{M1}	0.53109	(54.614)	-1052.3	(-0.46934)	0.86752)	(11.872)
B^2_{M2}	-0.28782E-03	(-1.0946	754.54	(0.4626)	0.68570E-01	(8.7550)
B^2_{M3}	-0.53414E-03	(-1.4895)	188.42	(0.2889)	-0.35466E-02	(-1.5656)
B^2_{MM}-	0.52992	(-48.411)			-0.93250	(-11.241)
B^2_{MT}	0.53941E-04	(2.3310)	17.608	(0.0001)	-0.10763E-04	(-0.0700)

CUADRO 2: SISTEMA INDIRECTO (Continuación).

	HOMOGENEIDAD E IGUALDAD		SIMETRIA	
PARAMETRO	ESTIMACION	T-STAT.	ESTIMACION	T-STAT.
A_1	-0.20080E+13	(-4.5397)	-0.14053E+06	(-8.7265)
B_{11}	0.14787E+12	(1.5435)	66063	(18.922)
B_{12}	-0.56126E+12	(-3.9286)	-48544	(-21.210)
B_{13}	0.57293E+12	(9.0481)	0.16763E+08	(17.407)
B_{1T}	-0.25716E+11	(-6.0147)	397.47	(0.7942)
A_2	0.31126E+13	(4.7123)	-0.58000E+06	(-0.0001)
B_{21}	-0.79321E+13	(-7.8804)	-48544	(-21.210)
B_{22}	0.42376E+13	(7.7505)	-854.21	(-2.7893)
B_{23}	0.49807E+13	(9.7670)	69639	(143.25)
B_{2T}	-0.19321E+12	(-0.0001)	-3646.8	(-12.428)
A_3	-0.1E+13	(-1E+07)	620000	(366.01)
B_{31}	7.8E+12	(7.1002)	0.16763E+08	(17.407)
B_{32}	4.3E+12	(2.4898)	69639	(143.50)
B_{33}	4.4E+12	(2.4500)	-0.26463E+08	(-21.342)
B_{3T}	2.4E+11	(179.10)	-0.39336E+07	(-17.890)
Φ_1	-0.22601	(0.684)		
Φ_2	6.51852	(7.321)		

CUADRO 3

HIPOTESIS	GRADOS DE LIBERTAD	VALOR CRITICO 0.05	0.01	SISTEMA DIRECTO	SISTEMA INDIRECTO
Homogeneidad	4	9.49	13.28	18.724	719.916
Igualdad	5	11.07	15.09	2.7E-05	5E-08
Homogeneidad e igualdad	4	9.49	13.28	3.869	0.382
Simetría	3	7.81	11.34	810.747	101.975
No negatividad					
$-\alpha_1 \geq 0 \quad \alpha_1 < 0$	1	6.31	3.82	-17.346	-4.539
$-\alpha_2 \geq 0 \quad \alpha_2 < 0$	1	6.31	3.82	-140.840	4.7123
$1+\alpha_1+\alpha_2 \geq 0$	1	6.31	3.82	-1139.420	667.328
Monotonicidad					
$\phi_1 \geq 0$	2	2.92	6.96	35.602	0.684
$\phi_2 \geq 0$	2	2.92	6.96	-1.002	7.321

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANTONELLI, G.B. (1886): "On the Mathematical Theory of Potilical Economy", en *Preferences, Utility and Demand*, Chipman, J.S. et. al. Harcourt-Brace-Jovanovich, 1971.

CONRAD, J. y D.W. JORGENSON (1979): "Testing the Integrability of Consumer Demand Functions. Federal Republic of Germany, 1950-1973", *European Economic Review*, vol. 12, págs. 149-169.

CHRISTENSEN, L.R., D.W. JORGENSON, y L.J. LAU (1971): "Conjugate Duality and Transcendental Logarithmic Production Function", *Econometrica*, vol. 39, págs. 255-256.

CHRISTENSEN, L.R., D.W. JORGENSON, y L.J. LAU (1975): "Transcendental Logarithmic Utility Functions", *The American Economic Review*, vol. 65, págs. 367-383.

DEATON, A. y J. MUELLBAUER (1980): *Economics and Consumer Behavior*. Cambridge University Press.

DEBREU, G. (1974): "Excess Demand Functions", en *Journal of Mathematical Economics*, vol. 1, págs. 15-21.

GANTMACHER, F.R. (1959): *The Theory of Matrices*. Chelsea Publishing Co.

HURWICZ, L. (1971): "On the Problem of Integrability of Demand Functions", en *Preferences, Utility and Demand*, Chipman, J.S. et. al. Harcourt-Brace-Jovanovich. 1971.

JORGENSON, D.W. y L.J. LAU (1979): "The Integrability of Consumer Demand Functions". *European Economic Review*, vol. 12, págs. 115-147.

JORGENSON, D.W., L.J. LAU y T.M. STOKER (1982): "The Trascendental Logarithmic Model of Aggregate Consumer Behavior", en *Advances in Econometrics*, Vol. 1, R.L. Bassmann y G.F. Thodes, JAI Press.

JORGENSON, D.W. y L.J. LAU (1986): "Testing the Integrability of Consumer Demand Functions, United States, 1947-1971", en *Advances in Econometrics. Innovations in Quantitative Economics: Essays in Honor of Robert L. Basmann*, Vol. 5, D.J. Slottje y G.F. Rhodes, JAI Press.

SAMUELSON, P.A. (1950): "The Problem of Integrability in Utility Theory", *Economica*, vol. 17, págs. 355-385.

TAKAYAMA, A. (1985): *Mathematical Economics*. 2nd. Ed. Cambridge University Press.

URIEL, E. (1986): "Enlace entre los sistemas de contabilidad nacional CNE-58 y CNE-70". *Instituto de Estudios Fiscales*, monografía nº 47.

VARIAN, H.R. (1984): *Microeconomic Analysis*. 2nd. Ed. W.W. Norton.